RUAS GARIS BERARAH

Definisi Ruas Garis Berarah

Definisi 1

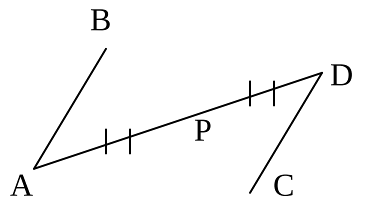
Suatu ruas atau garis berarah adalah sebuah ruas garis yang salah satu ujungnya dinamakan titik pangkal dan ujung yang lain dinamakan titik akhir.

Contoh:

Apabila A dan B dua titik, lambang $\overrightarrow{AB}$ kita gunaka sebagai ruas garis berarah dengan pangkal Adan titik akhir B.

Definisi 2

$\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ (dibaca ruas garis AB ekuivalen dengan ruas garis CD), apabila $S_P(A)$ = D dengan P titik tengah $\overline{AB}$.



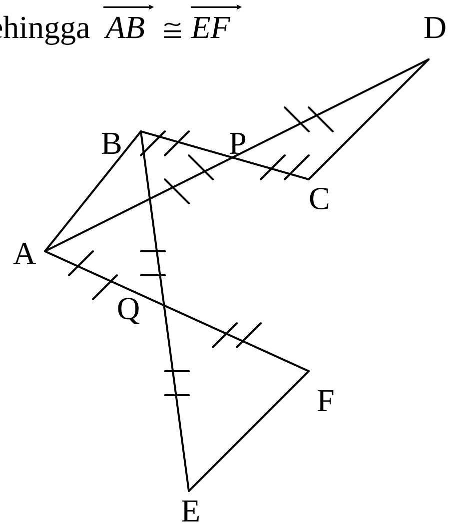
Contoh:

Diberikan titik A, B, C dan F pada bidang ekuilidis seperti berikut ini, lukislah:

a. D sehingga $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$

b. E sehingga $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{EF}$

Jawab:



a. $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ apabila $S_P\left(A\right)$ = D dengan P titik tengah $\overline{BC}$. Akibatnya titik D diperoleh dengan cara mencari titik tengah $\overline{BC}$, namakan ini titik P kemudian mencari D sehingga $S_P\left(A\right)$ = D

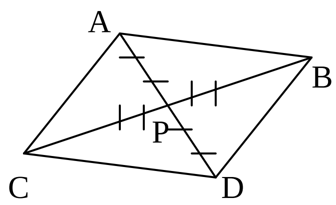
b. $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{EF}$ apabila $S_Q\left(B\right)$ = E, dengan Q titik tengah $\overline{AF}$. Karena $S_Q\left(A\right)$ = F, maka Q merupakan titik tengah $\overline{AF}$, karena Q titik tengah $\overline{BE}$ maka $S_Q\left(B\right)$ = E

Sifat – sifat Ruas Garis Berarah

Teorema 1

Apabila $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{CD}$ dua ruas garis berarah yang tidak segaris. Maka segi empat ABDC sebuah jajaran genjang jika dan jika $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$

Bukti:



Untuk membuktikan teorema ini kita harus membuktikan dua hal yaitu:

1. $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ maka ABDC sebuah jajaran genjang

   Misal P adalah titik tengah $\overline{BC}$ maka S_P(A) = D sebab $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$, karena $\overline{AD}$ *dan* $\overline{BC}$ diagonal-diagonal segi empat ABDC dan AP = PD dan BP = PC, maka segi empat ABDC adalah sebuah jajaran genjang.

2. ABDC jajaran genjang maka $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$

   Karena segi empat ABDC jajaran genjang, maka diagonal $\overline{AD}$ *dan* $\overline{BC}$ berpotongan saling membagi sama panjang artinya apabila titik potong antara $\overline{AD}$ *dan* $\overline{BC}$ kita misalkan P maka P = $AD \cap BC$ sehingga AP = PD dan BP = PC.

Akibatnya P titik tengah $\overline{BC}$ dan $S_P(A) = D$. Jadi $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$

Teorema 2

Diketahui ruas-ruas garis berarah $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ *dan* $\overrightarrow{EF}$ maka:

1. $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{AB}$ (sifat refleksif)

   Bukti:

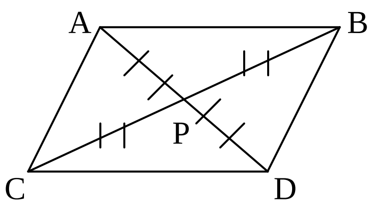
   Namakan titik tengah $\overline{AB}$ dengan P, maka $S_p(A) = B$. jadi $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{AB}$

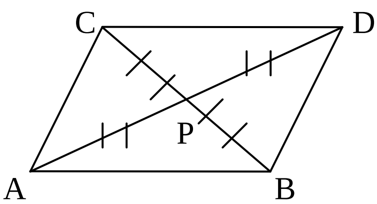
   A P B = $S_p(A)$

2. jika $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ maka $\overrightarrow{CD} \cong \overrightarrow{AB}$ (simetrik)

   Bukti:

   Karena $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ maka segi empat ABDC jajaran genjang. Karena segi empat CDBA = segi empat ABDC maka segi empat CDBA jajaran genjang. Akibatnya $\overrightarrow{CD} \cong \overrightarrow{AB}$.





3. jika $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CD} \cong \overrightarrow{EF}$ maka $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{EF}$

   Bukti:

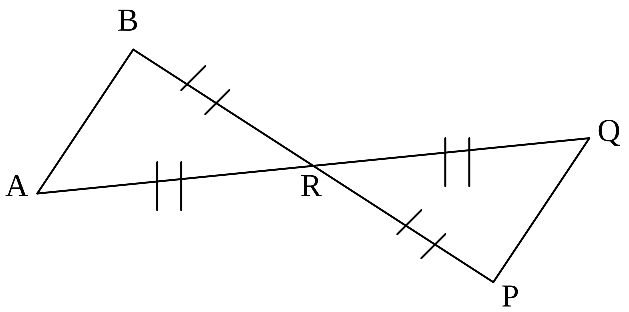
   - Karena $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ maka segi empat ABDC jajaran genjang. Kerena diagonal-diagonal $\overline{AD}$ *dan* $\overline{BC}$ sama panjang sehingga AP = PD dan BP = PC maka dapat disimpulkan bahwa AB = DC sehingga $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{CD}$ …….(1)
   - Karena $\overrightarrow{CD} \cong \overrightarrow{EF}$ maka esegi empat CDFE jajaran genjang. Sama halnya dengan yang pertama maka didapat $\overleftrightarrow{CD} // \overleftrightarrow{EF}$ …………………………(B)

   Berdasarkan (1) dan (2) dapat disimpulkan bahwa AB = FE dan $\overleftrightarrow{AB} // \overleftrightarrow{FE}$.

Teorema 3

Diketahui sebuah titik P dan suatu ruas garis berarah $\overrightarrow{AB}$ maka ada titik tunggal Q sehingga $\overrightarrow{PQ} \cong \overrightarrow{AB}$

Bukti:



Syarat $\overrightarrow{PQ} \cong \overrightarrow{AB}$ adalah $PQ = AB$. Untuk membuktikan bahwa $PQ = AB$ maka BR = RP dan AR = RQ, dengan R adalah titik potong antara $\overline{BP}$ *dan* $\overline{AQ}$.

Kelipatan Ruas Garis Berarah

Definisi:

Andaikan diberikan $\overrightarrow{AB}$ dan k suatu bilangan real. Apabila $k > 0$, maka k $\overrightarrow{AB}$ adalah $\overrightarrow{AP}$ sehingga P $\in \overleftrightarrow{AB}$ dan AP = k (AB). Apabila $k < 0$, maka k $\overrightarrow{AB}$ adalah $\overrightarrow{AP}$ dengan P adalah anggota sinar yang berlawanan dengan $\overrightarrow{AB}$ sedangkan AP = $|k|\ AB$. Selanjunya $\overrightarrow{AP}$ disebut kelipatan dari $\overrightarrow{AB}$.

Contoh:

Apabila diberikan titik-titik A dan B seperti dibawah ini.

a) $\frac{1}{2}\ \overrightarrow{AB}$

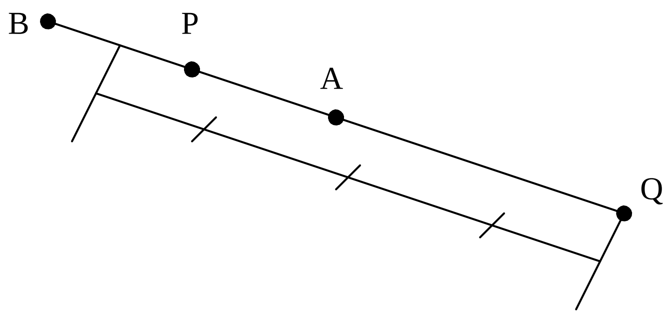
b) $-\frac{3}{4}\ \overrightarrow{AB}$

Jawab:

a) Karena $\text{k} = \frac{1}{2} > 0$, maka $\frac{1}{2}$ $\overrightarrow{AB}$ adalah $\overrightarrow{AP}$ sehingga P $\in \overrightarrow{AB}$ dengan

AP = $\frac{1}{2}(AB)$

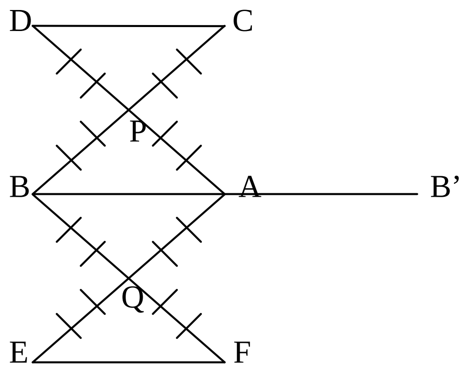
b) Karena $k = -\frac{3}{4} < 0$, $-\frac{3}{4}$ $\overrightarrow{AB}$ adalah $\overrightarrow{AQ}$ sehingga Q anggota sinar yang berlawanan dengan $\overrightarrow{AB}$, dengan $\overrightarrow{AQ} = \left|-\frac{3}{4}\right|$ AB = $\frac{3}{4}$ AB



Contoh-contoh soalnya:

1. Diketahhui titik-titik A, B, C, dan D tiap tiga titik tak ada yang segaris, lukislah:
   a. Titik D sehingga $\overrightarrow{CE} \cong \overrightarrow{AB}$
   b. Titik F sehingga $\overrightarrow{DF} \cong \overrightarrow{BA}$
   c. $S_A\left(\overrightarrow{AB}\right)$

   Penyelasaian:



   a. Titik D sehingga $\overrightarrow{CE} \cong \overrightarrow{AB}$

      $S_P(D) = A \; maka \; S_Q(A) = E$

   b. Titik F sehingga $\overrightarrow{DF} \cong \overrightarrow{BA}$

      $S_P(C) = B \; maka \; S_Q(B) = F$

   c. $S_A\left(\overrightarrow{AB}\right)$ = $\overrightarrow{AB'}$

2. Diketehui titik-titik A, B, C yang tak segaris, lukislah:

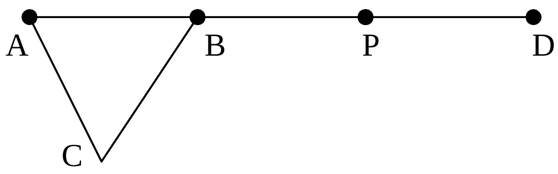
   a. Titik D sehingga $\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB}$

   b. Titik E sehingga $\overrightarrow{AE} = -\frac{4}{3}\,\overrightarrow{AB}$

   c. Titik F sehingga $\overrightarrow{CF} = \sqrt{2}\,\overrightarrow{AB}$

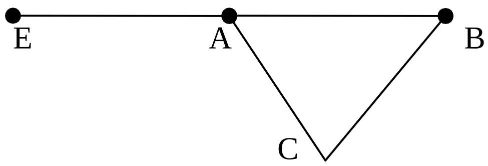
   Penyelasian:

   a. Titik D sehingga $\overrightarrow{AD} = 3\,\overrightarrow{AB}$

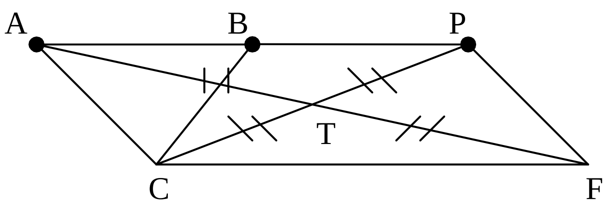


   dimana $k > 0$ dan $D \in \overline{AB}$

   b. Titik E sehingga $\overrightarrow{AE} = -\frac{4}{3}\,\overrightarrow{AB}$



   c. Titik F sehingga $\overrightarrow{CF} = \sqrt{2}\,\overrightarrow{AB}$



   Sehingga $\overrightarrow{CF} = \sqrt{2}\,\overrightarrow{AB}$ dan $\sqrt{2}\,\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{AP}$ maka $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AP}$

3. Diketahui A(0,0), B(5,3) dan C(-2,4) tentukan :

   a. Titik R sehingga $\overrightarrow{AR} \cong \overrightarrow{BC}$

   b. Titik S sehingga $\overrightarrow{CS} \cong \overrightarrow{AB}$

   c. Titik T sehingga $\overrightarrow{TB} \cong \overrightarrow{AC}$

Penyelasaian:

a. Titik R sehingga $\overrightarrow{AR} \cong \overrightarrow{BC}$

Misalkan R(x,y) maka $\overrightarrow{AR} \cong \overrightarrow{BC}$ adalah

$$(x-0,\ y-0) = (-2-5,\ 4-3)$$
$$x = -7 \ dan \ y = 1$$
$$maka \ R(x, y) = (-7, 1)$$

b. Titik S sehingga $\overrightarrow{CS} \cong \overrightarrow{AB}$

Misalkan S(x,y) maka $\overrightarrow{CS} \cong \overrightarrow{AB}$ adalah

$$(x+2,\ y-4) = (5-0,\ 3-0)$$
$$(x+2,\ y-4) = (5,\ 3)$$
$$x+2 = 5 \qquad y-4 = 3$$
$$x = 5-2 \qquad y = 3+4$$
$$x = 3 \qquad y = 7$$
$$maka \ S(x, y) = (3,\ 7)$$

c. Titik T sehingga $\overrightarrow{TB} \cong \overrightarrow{AC}$

Misalkan T(x,y) maka $\overrightarrow{TB} \cong \overrightarrow{AC}$ adalah

$$(5-x,\ 3-y) = (5-0,\ 3-0)$$
$$(5-x,\ 3-y) = (5,\ 3)$$
$$5-x = 5 \qquad 3-y = -3$$
$$x = 0 \qquad y = 0$$
$$\therefore maka \ T(x, y) = (0,\ 0)$$

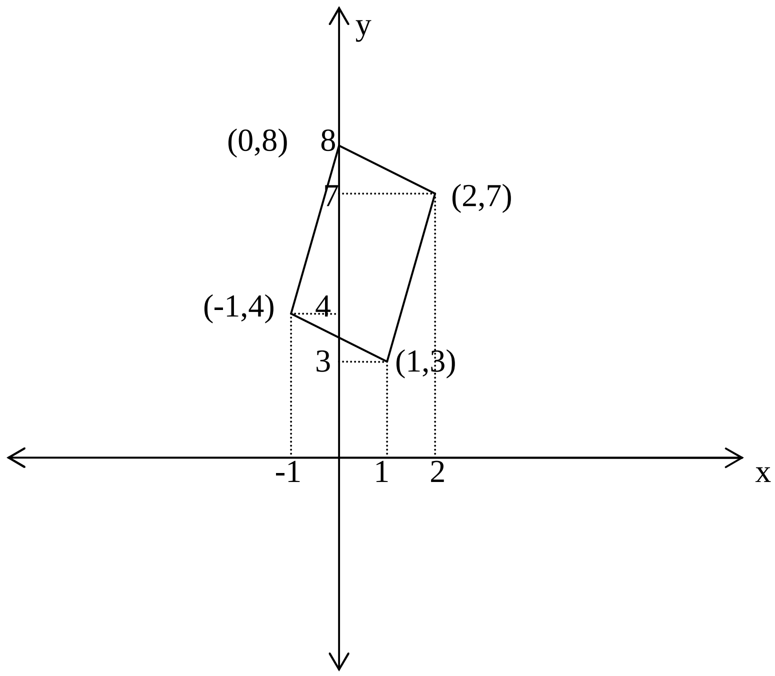
4. Apabila A(1,3), B(2,7) dan C(-1,4) titik sudut jajaran genjang ABCD. Tentukan koordinat titik D ?

Penyelesaian:

Diketahui untuk membentuk sebuah jajaran genjang maka $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ maka:

Misalkan titik D(x,y) sehingga $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ adalah:

$$(2-1,\ 7-3) = (x+1,\ y-4)$$
$$(1,4) = (x+1,\ y-4)$$
$$x = 0 \qquad y = 8$$
$$D(x, y) = (0,8)$$



5. Apabila A(-2, 4), B(h, 3), C(3, 0) dan D(5, k) titik sudut jajaran genjang ABCD, tentukan nilai h dan k!

Penyelesaian:

Diketahui untuk membentuk sebuah jajaran genjang maka $\overrightarrow{AB} \cong \overrightarrow{CD}$ maka:

$$(h+2, 3-4) = (5-3, k-0)$$
$$(h+2, 1) \quad = (2, k)$$
$$h+2 = 2 \qquad k = 1$$
$$h = 0 \qquad k = 1$$
$$\therefore jadi\ h = 0\ dan\ k = 1$$

RESUME GEOMETRI TRASFORMASI

RUAS GARIS BERARAH

Dosen Pembimbing : PADLI, M.Pd

Oleh kelompok : V

1. Desi Lastari (4007 184)
2. Eli Marlina (4007 235)
3. Juliamsyah (4007 223)

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM SEKOLAH TINGGI KEURURAN ILMU PENDIDIKAN PERSATUAN GURU REUBLIK INDONESIA (STKIP-PGRI) LUBUKLINGGAU

TAHUN AJARAN

2010